Propedeutyka teorii gier

AUTORZY: KAROLINA STOLARCZYK, WIKTOR SZOPIŃSKI, KONRAD TOMASZEK, MATEUSZ ZAKRZEWSKI

WYDZIAŁ MINI

POLITECHNIKA WARSZAWSKA

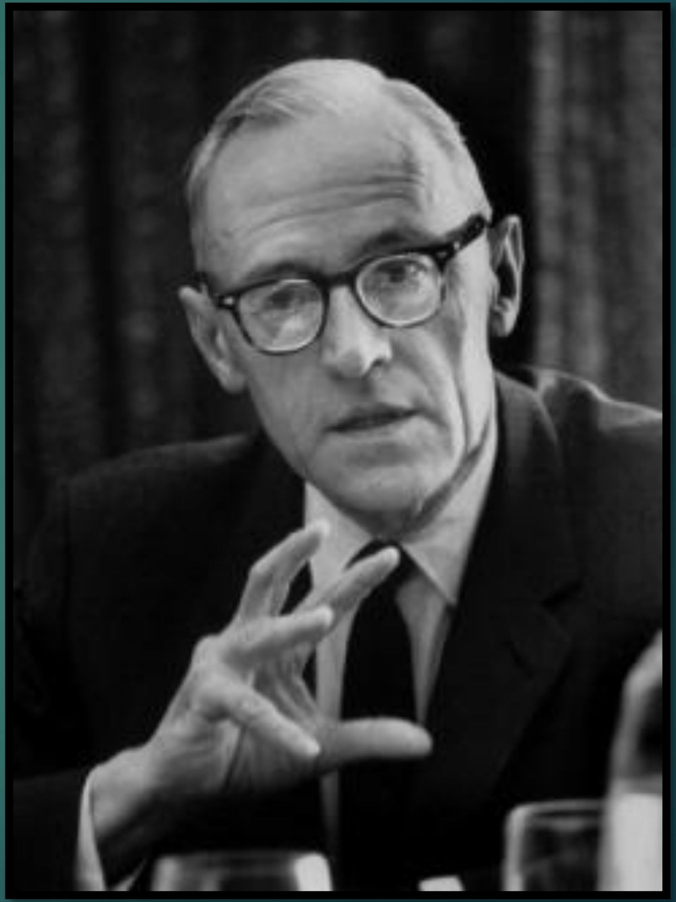
ROK AKADEMICKI 2016/2017, SEMESTR LETNI

KRÓTKI KURS HISTORII MATEMATYKI

Podłoże historyczne

- Teoria gier – nauka o strategicznym działaniu w warunkach konfliktu i kooperacji;

J. von Neumann; O. Morgenstern



Informacje ogólne

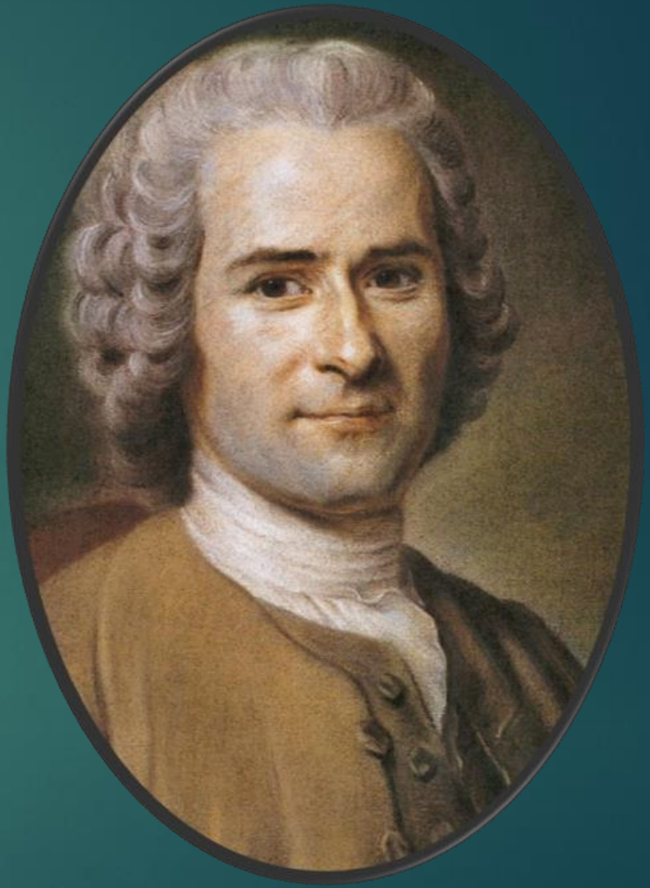
- Gra – dowolna sytuacja konfliktowa;
- Gracz racjonalny – zna szczegóły interakcji oraz wie, że inni też je znają, podejmując jednocześnie najlepszą dla siebie decyzję i wie, że inni gracze też podejmują takie decyzje (wybierają takie akcje);
- Akcja – decyzja jednorazowa;
- Strategia – plan akcji precyzujący jaką decyzję podjąć w każdej możliwej sytuacji w grze.

Rodzaje gier

- Ze względu na czas podejmowania decyzji:
  - w postaci strategicznej – gracze podejmują decyzje jednorazowo, bez wiedzy o decyzjach innych uczestników;
  - w postaci ekstensywnej – gracze podejmują decyzje sekwencyjnie, mając informacje o decyzjach innych graczy (i swoich) już dokonanych;
- Ze względu na posiadaną wiedzę:
  - z kompletną informacją – gracze znają funkcję wypłat swoją i innych graczy oraz ich zbiór strategii. W przypadku gier ekstensywnych oprócz tego w każdej chwili mają pełną informację o poprzednich decyzjach innych graczy;
  - z niekompletną informacją;

Jean-Jacques Rousseau

- ”…Jeżeli grupa myśliwych poluje na jelenia, to każdy z nich musi być na stanowisku by polowanie zakończyło się sukcesem. jeżeli jednak zając przemknie koło jednego z nich to [nie ma wątpliwości że] ten myśliwy zacznie go gonić nie zważając na to że w ten sposób może dramatycznie obniżyć szanse innych na upolowanie jelenia…”
- Traktat o początku i zasadach nierówności między ludźmi (1755)



Polowanie na jelenia

(J,J) – Obydwu myśliwych poluje na jelenia;

(Z,J) – Jeden na jelenia, drugi na zająca;

(Z,Z) – Obydwu poluje na zające.

	J	Z
J	(2,2)	(0,1)
Z	(1,0)	(1,1)

Dylemat więźnia

C	kooperacja (nie obciążanie drugiego więźnia);
D	defekcja (obciążenie drugiego więźnia);
(C,C)	każdy dostaje rok więzienia: wynik akcji to po -1 dla każdego;
(C,D)	C dostaje 5 lat (wynik -5) D jest zwolniony (wynik 0);
(D,D)	każdy dostaje 3 lata: wynik akcji to po -3 dla każdego.

	C	D
C	(-1, -1)	(-5, 0)
D	(0, -5)	(-3, -3)

Chicken game

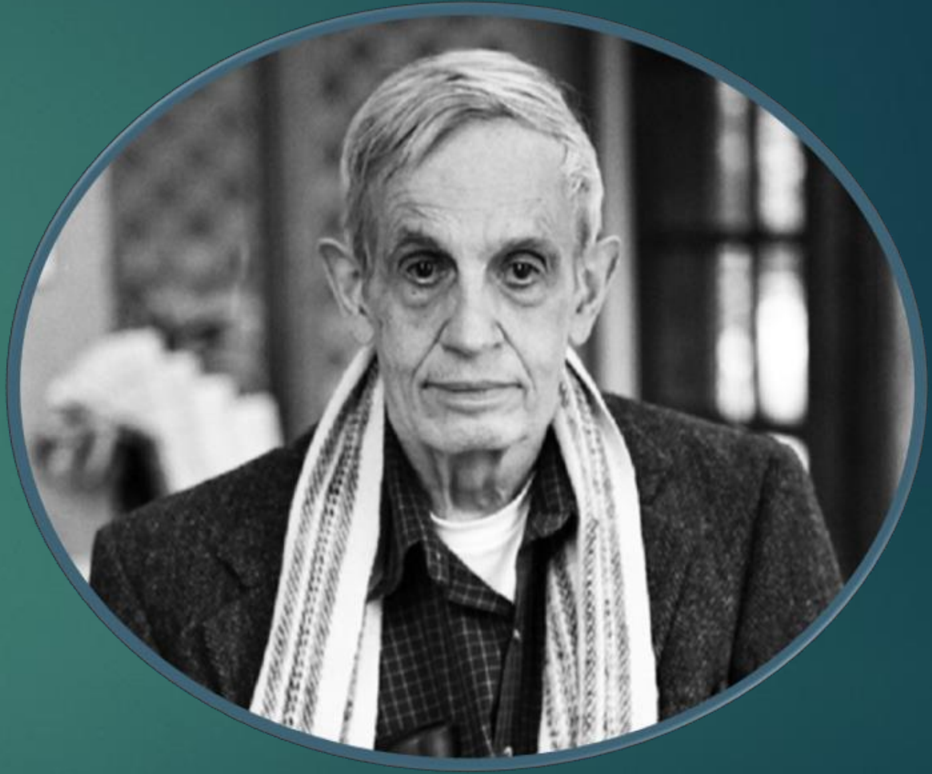
A - strategia agresywna, wejście na kładkę;

P – strategia pokojowa, czekanie aż druga osoba przejdzie.

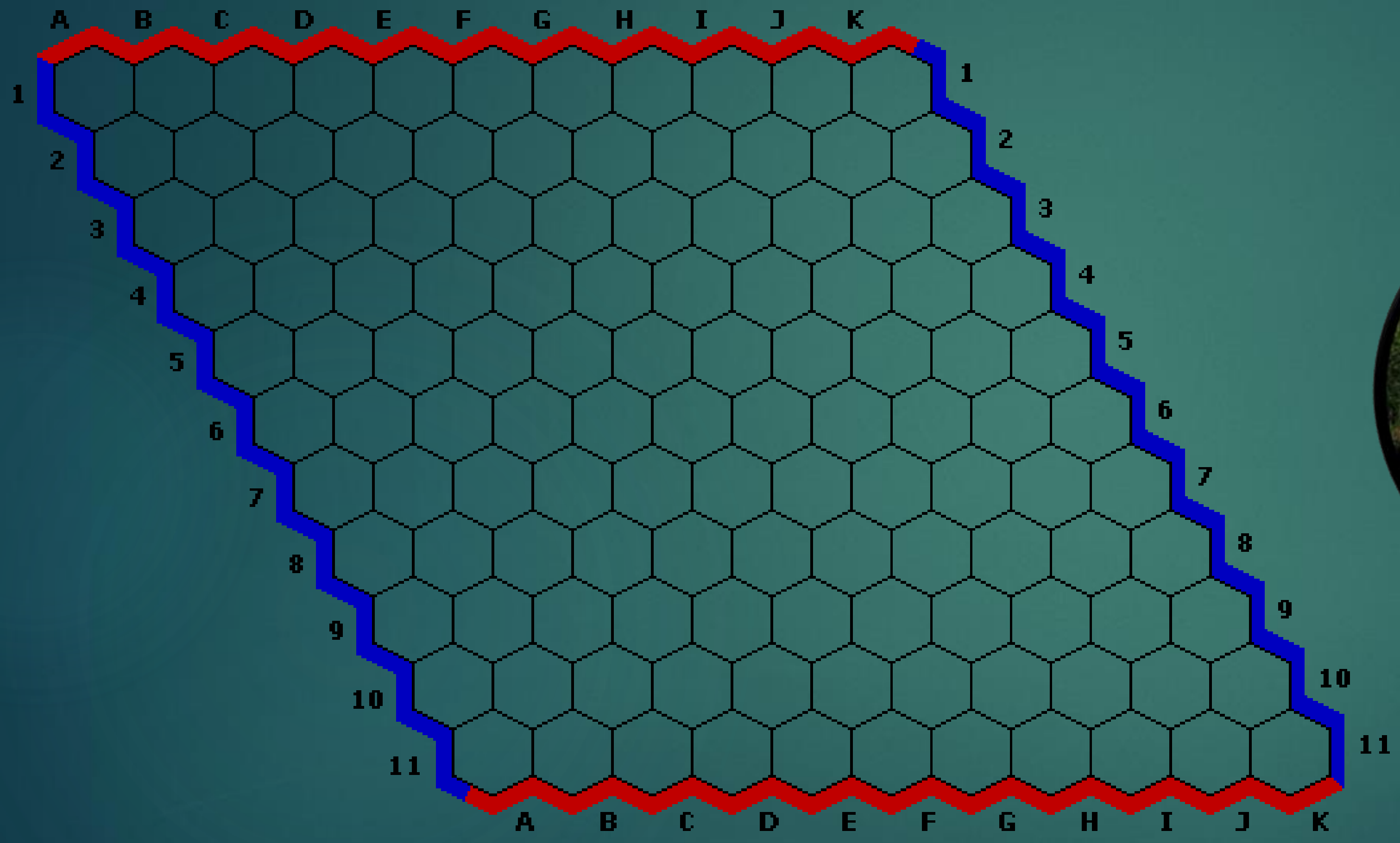
	A	P
A	**(-1, -1)**	**(2, 1)**
P	**(1, 2)**	**(0, 0)**

John Forbes Nash

- ur. 1928, zm. 2015
- Twórca gry Hex
- Nobel z ekonomii w 1994r.
- „Piękny umysł”



Hex


A B C D E F G H I J K
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11
A B C D E F G H I J K


THE ZIG-ZAG GAME
HEX

Równowaga Nasha

- Profil strategii teorii gier, w którym strategia każdego z graczy jest optymalna, przyjmując wybór jego oponentów za ustalony. W równowadze żaden z graczy nie ma powodów jednostronnie odstępować od strategii równowagi.
- Równowaga Nasha w strategiach czystych dla n graczy – taki profil strategii czystych $a^* \in A = A_1 \times \ldots \times A_n$ (A_i - zbiór strategii czystych gracza i), że dla każdego $i \in N$ i dla każdej strategii czystej a_i gracza i spełnione jest:

$$u_i(a^*) \geq u_i(a_1^*, \ldots, a_i, \ldots, a_n^*)$$

- Dowolna zmiana strategii przez jednego spośród graczy (przy równoczesnym braku zmiany strategii przez pozostałych graczy) nie spowoduje wzrostu wygranej tego gracza.

Strategia

- Strategia czysta - strategia, w której każdy gracz dokonuje jednego wyboru z prawdopodobieństwem 1 i trwa przy nim. Jest szczególnym przypadkiem strategii mieszanej, w której gracze podejmują decyzje na podstawie rozkładu prawdopodobieństwa.
- Strategia mieszana - strategia, która określa prawdopodobieństwa, z jakimi gracz wybiera postać strategii. Gracz przyporządkowuje każdej swojej czystej strategii prawdopodobieństwo jej wyboru przy czym suma wszystkich prawdopodobieństw wynosi 1.

Strategia mieszana a równowaga Nasha

- Kot goni Myszkę. Każde zwierzę ma 2 opcje: skręcić w lewo (L) lub w prawo (P).

	L	**P**
L	**(0, 2)**	**(1, 0)**
P	**(1, 0)**	**(0, 2)**

Strategia mieszana

- Każdy z dwóch graczy podaje w tej samej chwili jedną z liczb: „jeden” lub „dwa”.
- Gracz I wygrywa jeśli suma podanych liczb jest nieparzysta
- Gracz II wygrywa jeśli suma podanych liczb jest parzysta.
- Przegrywający musi zapłacić wygrywającemu taką liczbę złotych, ile wynosi suma podanych liczb.

	1	**2**
1	**(-2, 2)**	**(+3, -3)**
2	**(+3, -3)**	**(-4, +4)**

Gry kooperacyjne

- Kobieta (gracz wierszowy, K) woli boks (Bo), mężczyzna (gracz kolumnowy, M) balet (Ba). Z drugiej strony chcą oglądać wybrane widowisko razem.

	Bo	**Ba**
Bo	**(3, 2)**	**(0, 0)**
Ba	**(1, 1)**	**(2, 3)**